

EDMD

竹田航太

2021年6月6日

目次

1	EDMD とは	1
1.1	Koopman 作用素と DMD	1
1.2	EDMD	1

1 EDMD とは

Extended Dynamic Mode Decomposition(EDMD) とは [1] で提案された DMD の改良アルゴリズムである。まず, DMD とその理論的背景である Koopman 作用素について紹介する。

1.1 Koopman 作用素と DMD

Koopman 作用素 \mathcal{K} とは力学系 $x_{n+1} = T(x_n)$ に対して定まる観測関数の空間上の線形作用素であり, 非線形力学系を解析するために考えられた。DMD (動的モード分解) は N 次元空間に直行射影した Koopman 作用素 \mathcal{K}_N の固有値・モードを計算する手法である。力学系により生成される時系列データセット $\{(x_i, y_i)\}_{i=1}^M$ (with $x_{i+1} = T(x_i)$) からモデルを陽に仮定することなくモードを取り出すことができる。

さらに, データが決定論的な力学系ではなく Markov 過程により生成されると過程した場合には DMD は 'Kolmogorov backward equation' の固有関数を推定する。 ("Stochastic Koopman operator")

1.2 EDMD

EDMD は力学系の軌道上からサンプリングされた M 個のデータの組み (時系列ではない) から, \mathcal{K}_N を $K_{N,M}$ で近似する手法である。 [2] では M 個のデータがサンプリングにより得られるという設定のもと, $M \rightarrow \infty$ の極限での $K_{N,M} \rightarrow \mathcal{K}_N$ の収束に関する議論を行っている。ま

た, サンプリングを用いない解析的な EDMD を提案している.

DMD の収束は Birkhoff のエルゴード定理を基にしているに対して EDMD は大数の強法則に裏付けられている.

参考文献

- [1] C.W. Rowley M.O. Williams, I.G. Kevrekidis. A data-driven approximation of the koopman operator: Extending dynamic mode decomposition. *Journal of Nonlinear Science*, 25, 2015.
- [2] I. Mezić M. Korda. On convergence of extended dynamic mode decomposition to the koopman operator. *Journal of Nonlinear Science*, 28, 2018.
- [3] Yoshihiko Susuki and Igor Mezic. Nonlinear koopman modes and power system stability assessment without models. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 29:899–907, 03 2014.